

Geometría - 4ª Año



SEMANA DEL 03 AL 07 DE ABRIL
ACTIVIDAD 01:

RESOLVEMOS PROBLEMAS DE TRIÁNGULOS

Ejercicios

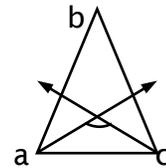
1.- Analiza y marca con x la posibilidad de existencia de los siguientes triángulos, sabiendo que la medida de sus lados son:

- (a) 4cm; 7cm y 2cm (b) 5cm; 30mm y 4cm (c) 6cm; 5cm y 7cm

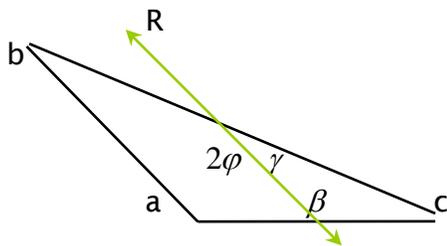
En cada caso justifica tu respuesta.

2.- En un triángulo isósceles, trazamos las bisectrices de los ángulos iguales, resultando que el ángulo formado por ellas tiene una amplitud de 118° .

Calcular los ángulos del triángulo



3.- Calcular en el siguiente triángulo $\hat{\phi}$; $\hat{\gamma}$ $\hat{\beta}$ y los ángulos interiores.

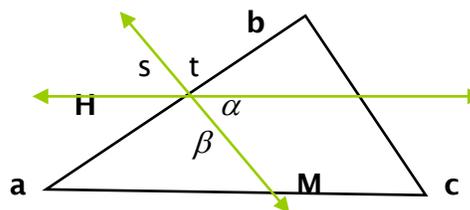


4.- Observa la figura y

calcula $\hat{\alpha}$; $\hat{\beta}$; \hat{a} ; \hat{b} y \hat{c} Sabiendo que $\hat{\alpha}$ es la mitad de $\hat{\beta}$; $H \parallel \overline{ac}$ y $M \parallel \overline{bc}$

$$\sphericalangle s = 2x + 70^\circ$$

$$\sphericalangle t = 4x + 20^\circ$$



Geometría - 4ª Año

5.- La hipotenusa de un triángulo rectángulo isósceles mide 10 cm.

(a) ¿Cuánto mide el perímetro del triángulo?

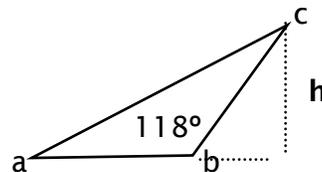
(b) ¿Cuánto mide la altura correspondiente a la hipotenusa?

6.- Calcular el área de un triángulo equilátero cuyo perímetro mide 48 cm.

7.- Un triángulo equilátero tiene 60cm de perímetro, y 173,20 cm² de superficie. Calcular la longitud de la altura.

8.- El triángulo abc es obtusángulo e isósceles.

Calcular el ángulo que forma el lado \overline{ac} con la altura del triángulo.



10.- En un triángulo la amplitud del ángulo \hat{a} es $\frac{3}{4}$ de la de \hat{b} , y la amplitud del ángulo \hat{c} es el doble de \hat{b} . Calcular las amplitudes de cada uno de los ángulos del triángulo. ¿Qué nombre recibe el triángulo según la medida de sus ángulos y de sus lados?

10.- En un triángulo la amplitud del ángulo \hat{a} es $\frac{3}{4}$ de la de \hat{b} , y la amplitud del ángulo \hat{c} es el doble de \hat{b} . Calcular las amplitudes de cada uno de los ángulos del triángulo. ¿Qué nombre recibe el triángulo según la medida de sus ángulos y de sus lados.?

Geometría - 4ª Año

11.- Los lados de un triángulo miden $3x + 2$ cm; $2x$; $x + 10$ cm respectivamente y su perímetro es igual a 42 cm. ¿Cuál es la longitud de la base media correspondiente al lado menor?

12.-En el triángulo abc se han trazado las bases medias correspondientes a sus tres lados quedando determinado el $\triangle mnp$ cuyo perímetro es igual a 12 cm. Si las longitudes de las tres bases medias son tres números consecutivos, ¿Cuál es el perímetro del $\triangle abc$?

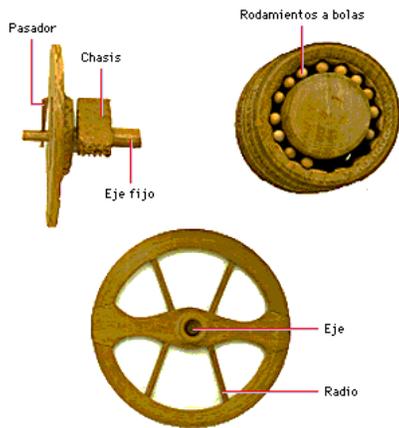
13.- Si dos lados de un triángulo isósceles miden 5 cm y 2 cm respectivamente, podemos afirmar que su perímetro es

- a) 14 cm b) 12 cm c) 9cm d) 7cm

Justifica tu respuesta.



RESOLVEMOS PROBLEMAS DE CIRCUNFERENCIA



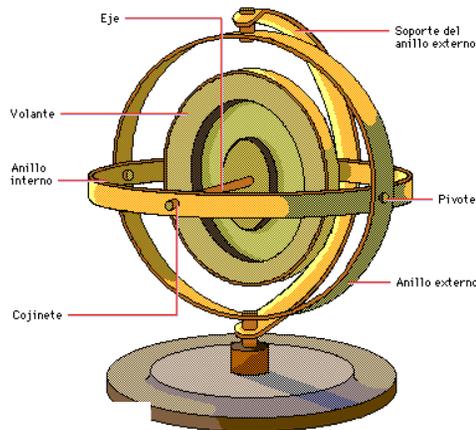
Distintas estructuras de ruedas

La rueda, considerada uno de los inventos más importantes de la historia, tiene más de 5 000 años de antigüedad, y desde su nacimiento ha sido crucial para los dispositivos mecánicos. Las ruedas que vemos aquí son relativamente complejas en comparación con los primeros modelos.

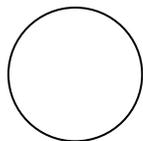
Los primeros rodamientos, que hacen que las ruedas giren con más suavidad, aparecieron alrededor de 100 a.C. Las primeras ruedas eran discos macizos; después surgió el diseño de radios, resistente y más ligero.

Giróscopo

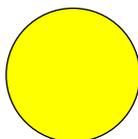
Este giróscopo está diseñado de forma que el volante y el eje puedan apuntar en cualquier dirección. Los giróscopos son útiles en navegación porque poseen rigidez espacial: un giróscopo en rotación montado en un vehículo siempre apunta en la misma dirección, por lo que permite determinar la orientación sin recurrir a referencias visuales, no siempre disponibles (de noche o con niebla, por ejemplo).



1. Definiciones



Circunferencia, es la curva plana en la que cada uno de sus puntos equidista de un punto fijo llamado centro de la circunferencia.



Círculo, es la superficie plana limitada por una circunferencia.

Geometría - 4ª Año

2. Elementos

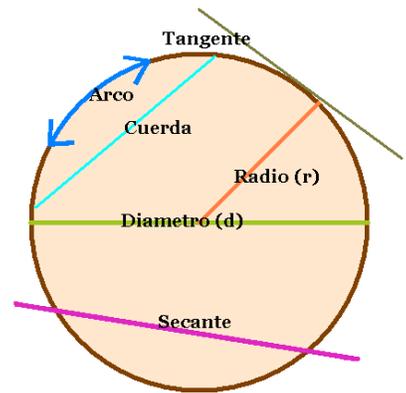
Cualquier segmento que pasa por el centro y cuyos extremos están en la circunferencia se denomina _____ .

Un _____ es un segmento que va desde el centro hasta la circunferencia.

Una _____ es cualquier segmento cuyos extremos están en la circunferencia.

Un _____ de circunferencia es la parte de esta, delimitada por dos puntos.

Un _____ es un ángulo cuyo vértice es el centro y cuyos lados son dos radios.



La razón entre la longitud de la circunferencia y su diámetro es una constante, representada por la letra griega π (pi). π es una de las constantes matemáticas más importantes y juega un papel fundamental en muchos cálculos y demostraciones en matemáticas, física y otras ciencias, así como en ingeniería. π es aproximadamente 3,141592.

El matemático griego Arquímedes encontró que el

valor de π estaba entre $3\frac{1}{7}$ y $3\frac{10}{71}$.

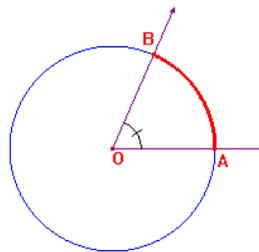
Arquímedes (287-212 a.c.)



3. Medida de un arco de circunferencia

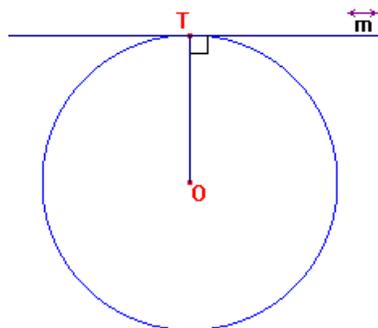
Un arco de circunferencia se mide en grados:

$$m\angle AOB = m\widehat{AB}$$

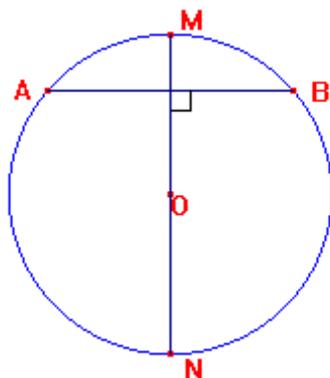


4. Propiedades importantes

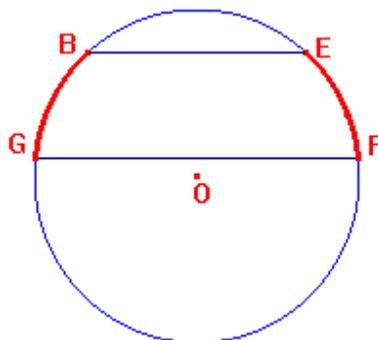
1. Toda recta tangente a una circunferencia, es perpendicular al radio en el punto de tangencia. En la figura, m es tangente, luego: $m \perp \overline{OT}$



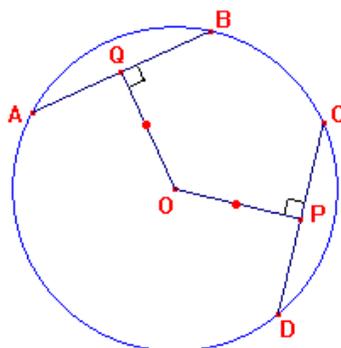
2. Un diámetro perpendicular a una cuerda de una circunferencia, biseca a la cuerda y a los arcos que subtiende.



3. Si se trazan dos cuerdas paralelas \overline{BE} y \overline{GF} , los arcos \widehat{GB} y \widehat{EF} son congruentes.



4. Dos cuerdas de una circunferencia, que equidistan del centro, son congruentes.



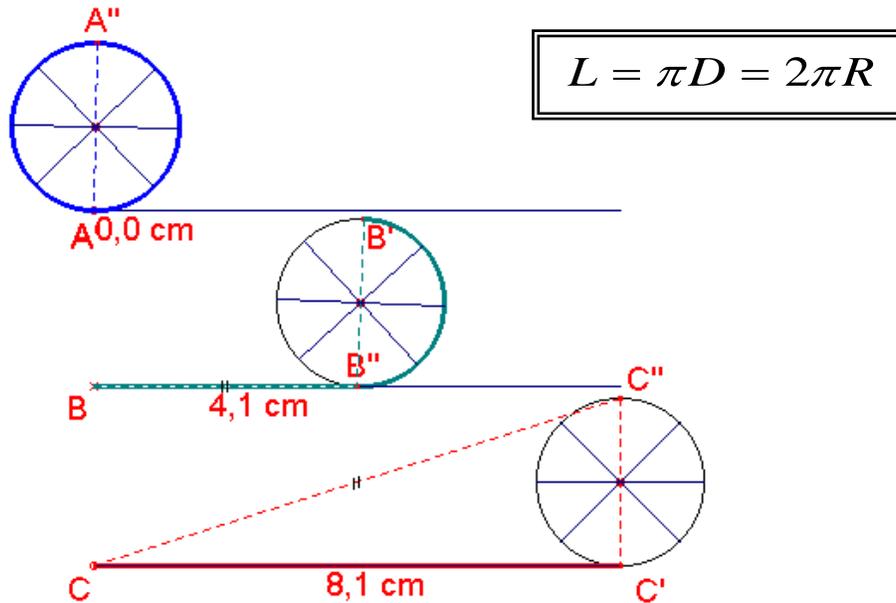
Geometría - 4ª Año

Longitud de una circunferencia y longitud de un arco de circunferencia

Comprueba:

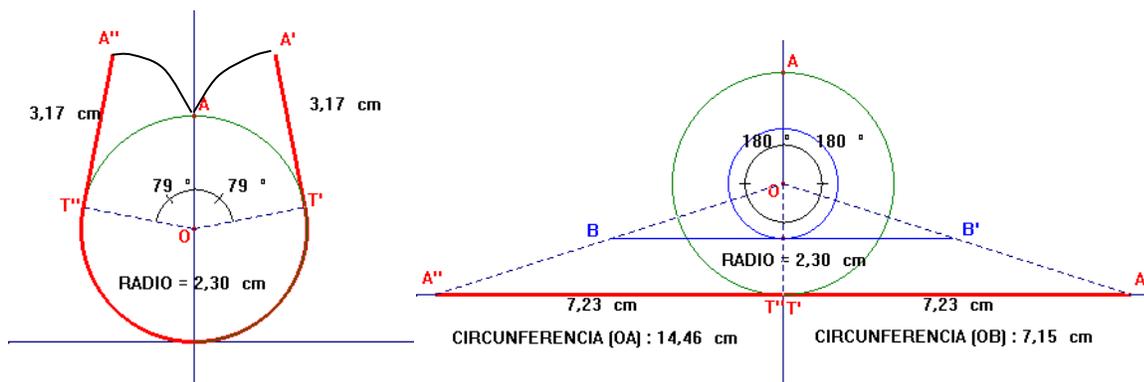
Mida con un centímetro la circunferencia de cualquier objeto y su respectivo diámetro, comprobará que el cociente de estas dos cantidades es: _____.

La longitud de la circunferencia se denota por C y es proporcional a su diámetro, es decir, es igual al producto del diámetro por la constante π (3,14159...).



Un arco de circunferencia se mide en grados. La medida del arco correspondiente a una circunferencia es 360° y el correspondiente a una semicircunferencia es 180° .

La longitud de un arco de circunferencia será proporcional a la fracción de circunferencia que representa dicho arco.



Geometría - 4ª Año

Para calcular la longitud de un arco de circunferencia, basta con aplicar una regla de tres simple:

Ángulo central	Longitud de arco
360°	$2\pi R$
α°	x

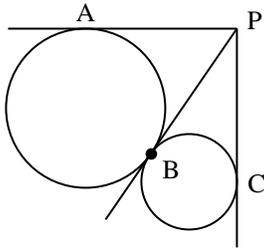
$$L_{AB} = \frac{\alpha^\circ}{360} 2\pi R$$

Ejemplo:

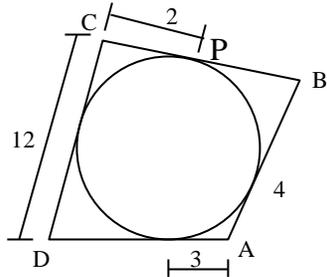
Para una circunferencia de 5cm de radio, calcule la longitud de un arco de 30° .

Ejercicios

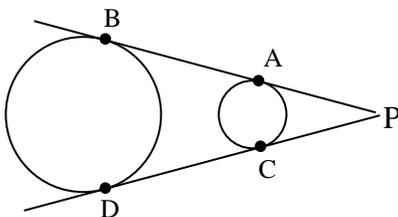
- 1) Si \overline{PA} , \overline{PB} y \overline{PC} son tangentes, siendo A, B y C los puntos de tangencia, se sabe que $\overline{PA} = 10\text{cm}$.
Calcule la medida del segmento \overline{PC}



- 2) En la siguiente figura, P es el punto de tangencia, calcule la longitud del segmento PB.



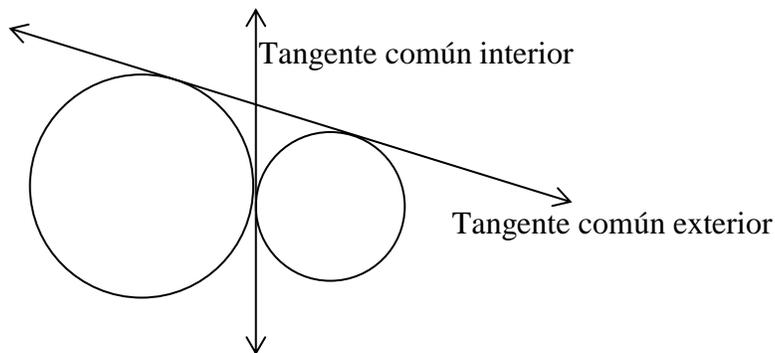
- 3) En la figura mostrada $\overline{PA} = 5$ y $\overline{PD} = 15$, calcule la distancia entre los puntos A y B.



Geometría - 4ª Año

- 4) Los lados \overline{AB} , \overline{BC} y \overline{AC} de un triángulo ABC son tangentes a la circunferencia inscrita en los puntos P, Q y S respectivamente, y miden 13cm, 14cm y 15cm respectivamente. Calcule la longitud del segmento \overline{AP} .
- 5) En un triángulo ABC se inscribe una circunferencia, siendo H el punto de tangencia en el lado \overline{AB} . Calcule la longitud del segmento \overline{BH} sabiendo que el lado \overline{AC} mide 10cm y el perímetro del triángulo es 42cm.
- 6) Se tiene un cuadrilátero circunscrito a una circunferencia. Si tres de sus lados consecutivos miden 5cm, 6cm y 11cm, calcule el perímetro del cuadrilátero.
- 7) La figura muestra dos circunferencias tangentes exteriores. Si O_1 y O_2 son los centros de las circunferencias, y la tangente común interior corta a la tangente común exterior en "P", calcule la medida del ángulo O_1PO_2 .

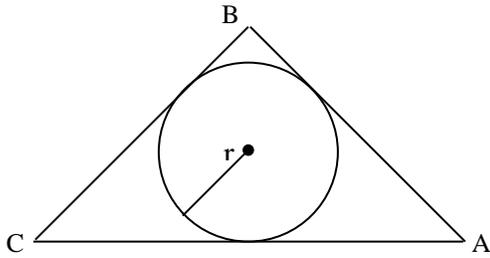
Circunferencias tangentes exteriores



- 8) O_1 y O_2 son los centros de dos circunferencias tangentes exteriores. La tangente común interior corta a la tangente común exterior en el punto P, siendo A y B los puntos de tangencia de la tangente común exterior con las circunferencias, y T el punto de tangencia de la tangente común interior con las circunferencias. Calcule la medida del ángulo ATB.

Geometría - 4^a Año

- 9) En el triángulo rectángulo ABC, recto en B, \overline{AB} , \overline{BC} y \overline{AC} son tangentes. Si \overline{AB} mide 6cm, \overline{BC} mide 8cm y \overline{AC} mide 10cm. calcule la longitud del radio (r).



¿Puede plantear alguna conclusión?

- 10) En un triángulo rectángulo ABC de altura $\overline{BH} = h$ ($B = 90^\circ$), calcule la suma de los radios de las circunferencias inscritas al triángulo ABC y a los triángulos parciales obtenidos al trazar la altura \overline{BH} .